



## Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería

www.elsevier.es/rimni



# Validación numérica del comportamiento cíclico de conexiones interiores en estructuras con forjados reticulares

J. Donaire-Ávila y A. Benavent-Climent\*

Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica, Universidad de Granada, Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Granada, España

### INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

*Historia del artículo:*

Recibido el 10 de noviembre de 2010

Aceptado el 10 de octubre de 2011

On-line el xxx

*Palabras clave:*

Forjado reticular

Ensayo de laboratorio

Fisuración distribuida del hormigón

Leyes constitutivas en

tensiones-deformaciones medias

Elementos tipo fibra

Elementos tipo capa

### R E S U M E N

En este artículo se analizan distintas alternativas para modelar conexiones interiores forjado reticular de hormigón armado y se propone una solución que con un coste computacional razonable proporcione resultados muy próximos a los experimentales. El modelo propuesto se valida numéricamente con los resultados obtenidos previamente de un ensayo de laboratorio realizado sobre un espécimen a escala 3/5 de la misma tipología estructural, sometido a ensayo cuasi-estático hasta el colapso. Para tal fin, se aplica la teoría avanzada de mecánica no lineal de hormigón armado sobre un modelo tridimensional de elementos finitos en análisis no-lineal: elementos tipo fibra para componentes unidimensionales y tipo capa para los bidimensionales. Los resultados principales de la simulación fueron: a) la obtención de la curva de capacidad mediante un análisis de empuje incremental (*push-over*) con control de desplazamientos; b) las curvas histeréticas en la losa, y c) los patrones de fisuras, logrando una concordancia revelada con los resultados experimentales.

© 2010 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Publicado por Elsevier España, S.L. Todos los derechos reservados.

### Numeric validation of the cyclic behaviour of interior connections in waffle-flat-plate structures

#### A B S T R A C T

Several approaches are investigated to model interior reinforced concrete waffle-flat-plate-column connections. A model is proposed that provides very good results with reasonable low computational cost. The proposed model is validated with the experimental results obtained on a 3/5 scale specimen, subjected to quasi-static in cyclic loads up to collapse. To this end, the non-linear advanced theory of reinforced concrete is applied on a three-dimensional finite element model and non-linear analysis are conducted. Both fiber and layer elements are used for the one-dimensional and bi-dimensional components respectively. The main results of the simulation were: (i) the capacity curve obtained through out a push-over analysis with displacement control, (ii) the hysteretic curves of the slab, and (iii) the crack patterns. A very good agreement is found between numerical and experimental results.

© 2010 CIMNE (Universitat Politècnica de Catalunya). Published by Elsevier España, S.L. All rights reserved.

*Keywords:*

Waffle-flat-plate

Laboratory test

Smear cracks

Average strain-stress constitutive models

Fiber elements

Layer elements

## 1. Introducción

El empleo de estructuras con forjado reticular (EFR) fue notable en las últimas décadas del siglo xx en zonas de sismicidad moderada del sur de Europa, como España, Portugal e Italia, tanto para uso residencial como para uso administrativo. En la mayoría de estos casos las estructuras fueron diseñadas siguiendo las incipientes

normas sismorresistentes (en España la PDS-74) con baja resistencia lateral y sin disposición alguna sobre detalles constructivos para alcanzar un determinado nivel de ductilidad. Hoy día, las EFR siguen siendo un sistema constructivo ampliamente usado en España, y aunque las normas sismorresistentes han experimentado una evolución notable, se siguen construyendo EFR como sistema principal resistente ante cargas laterales. De esta forma, siguen estando presentes los problemas tanto de baja rigidez torsional que implican niveles elevados de desplazamientos relativos entre plantas como de baja capacidad de disipar energía.

Los terremotos sufridos en zonas donde este sistema constructivo estaba ampliamente implantado, como en México [1], han

\* Autor para correspondencia.

Correo electrónico: [benavent@ugr.es](mailto:benavent@ugr.es) (A. Benavent-Climent).

puesto de manifiesto la elevada preocupación que existe sobre su comportamiento sísmico, sobre todo en estructuras antiguas diseñadas con las primeras normas sismorresistentes en las que los modos de fallo frágiles a nivel local o global podrían darse de manera prioritaria. Dado que la investigación existente sobre este tipo de estructuras es escasa, se realizaron varios estudios experimentales sobre estructuras con forjados reticulares apoyados por el Ministerio de Fomento del gobierno de España, dentro del «Programa Nacional de Construcción 2004-2007», uno de los cuales se basó en las uniones interiores [2].

Para ello, se calculó un prototipo de estructura con 6 plantas, distribución de pilares ortogonal con 3 vanos en cada dirección y forjados reticulares de 30 cm de espesor, localizado en la región de mayor sismicidad de España (Granada). Se siguieron las prácticas constructivas y la norma sismorresistente en vigor en las décadas de los setenta, ochenta y noventa: sin vigas ni capiteles, ábacos de 2,80 m de ancho con armadura de punzonamiento consistente en estribos cerrados sobre vigas-cruceatas centradas en el pilar, retícula de nervios de 70 × 70 cm y capa de compresión de 5 cm. De la planta tercera se tomó una conexión interior para construir un espécimen en laboratorio a escala 3/5, entre los puntos medios de los pilares de las plantas superior e inferior, así como entre los puntos medios entre vanos adyacentes a la conexión, como se aprecia en la figura 1; en ambos casos se considera que para cargas sísmicas los momentos flectores en dichos puntos son nulos.

El espécimen se sometió a un ensayo cuasi-estático mediante actuador incidiendo sobre la parte superior del pilar, siguiendo la ley cíclica creciente de desplazamientos impuestos que se muestra en la figura 2, con objeto de obtener el comportamiento cíclico en términos de carga vs desplazamiento lateral, Q-δ, de la unión cuyos resultados se muestran en la figura 3.

En este artículo se estudian diferentes alternativas para modelizar uniones interiores forjado reticular-pilar mediante el programa de elementos finitos Engineer's Studio [3]. La simulación numérica se valida con los resultados experimentales, al igual que en

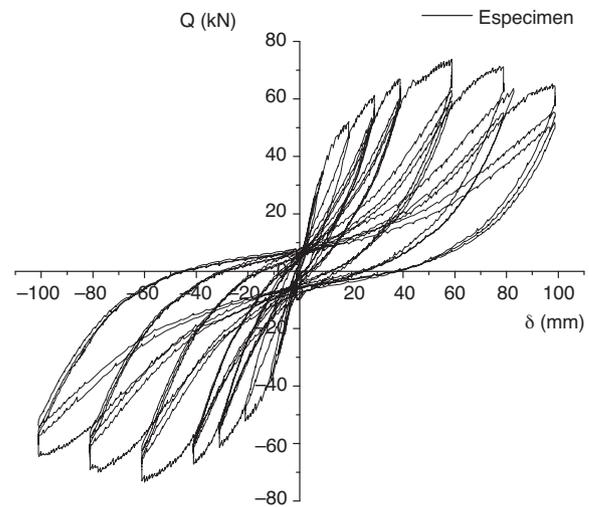


Figura 3. Curva histerética del espécimen.

los estudios realizados sobre otros elementos de hormigón armado [4,5].

Como se puede observar en la figura 3, el comportamiento de la conexión es eminentemente no-lineal; por lo tanto, en la simulación se utilizaron elementos de hormigón armado con leyes constitutivas bien definidas dentro del campo plástico. Asimismo, el método de cálculo incluyó algoritmos no-lineales de resolución paso a paso, para poder simular las no-linealidades derivadas de la geometría y/o los materiales constituyentes. El empleo del método de elementos finitos (MEF) permite discretizar el dominio de tal forma que en cada volumen finito se puede estudiar el comportamiento elastoplástico del hormigón, en especial el cambio de comportamiento debido a la aparición de fisuras [6-8].

Dentro del campo plástico, existen varios métodos para considerar la no-linealidad en los elementos tipo barra (ETB) del espécimen, como el pilar y los nervios. En primer lugar están los métodos de plasticidad concentrada en los extremos de la barra formando rótulas plásticas, dado que en estas zonas se van a producir los mayores esfuerzos frente a acciones laterales. Este método tiene varios inconvenientes: a) hay que definir una longitud determinada de rótula plástica, debiéndose estimar en función de las dimensiones del elemento o acudir a la literatura especializada que proporciona métodos aproximados; b) hay que establecer una ley de comportamiento momento-giro (M-θ) para la rótula plástica que defina el comportamiento post-elástico. En ambos casos, habría que establecer hipótesis previas, debiendo ajustarse con los resultados de la simulación en un proceso sucesivo de ensayo-error. Para evitar este inconveniente se puede utilizar el método de plasticidad distribuida: los elementos tipo fibra (ETF). En este caso se trata de discretizar la sección transversal de los ETF en celdas, asociando a cada una de ellas las leyes constitutivas de los materiales que las componen: hormigón u acero. Considerando un estado desacoplado entre tensiones normales y tangenciales (es decir, no existe interacción entre dichas tensiones), el estado de tensiones normales en un punto se reduce a considerar las ortogonales a la sección transversal de los ETF; por lo tanto, serán aplicables leyes constitutivas procedentes de ensayos uniaxiales realizados sobre hormigón, acero y barras de hormigón armado. En este último caso se obtiene la ley tensión-deformación media tanto en el hormigón como en el acero en función de la distancia de fisuras, aplicable tanto al acero como al hormigón, ambos traccionados. De esta forma no es necesario estimar con carácter previo el comportamiento de la sección, sino

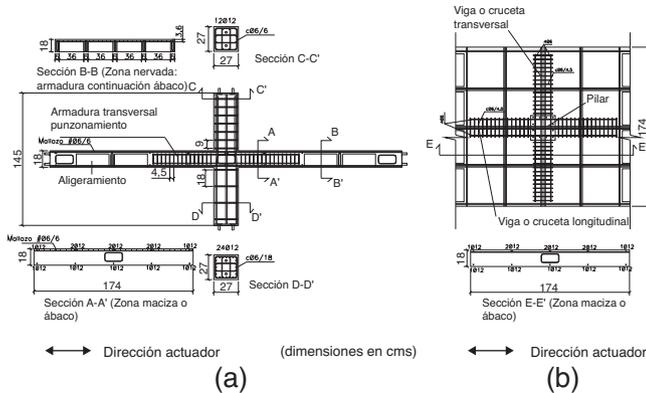


Figura 1. Geometría del espécimen conexión interior: a) alzado; b) planta.

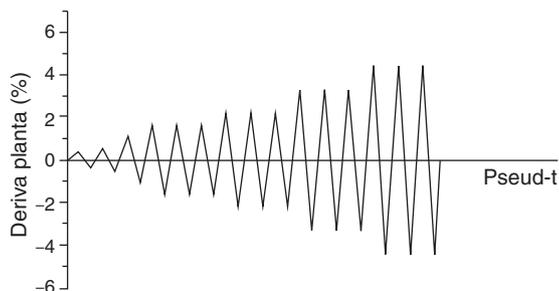


Figura 2. Historia de carga del ensayo.

que se pueden utilizar datos de ensayos para definirlo. En cuanto a la longitud del elemento, únicamente hay que tener en cuenta ciertas limitaciones en cuanto al tamaño de los ETF para facilitar la convergencia del cálculo. Debido a estas razones, se decidió emplear los ETF para simular el comportamiento no-lineal de los ETB.

Para los elementos bidimensionales tipo lámina (ETL) el comportamiento elastoplástico es más complejo de simular. Debido a la imposibilidad de establecer modelos de plasticidad concentrada, como en los ETB, en este estudio se plantea directamente la extensión del concepto de fibra al espacio bidimensional; es decir, modelos de plasticidad distribuida en capas o elementos tipo capa (ETC). Cada ETC se divide en fibras bidimensionales o capas a lo largo del canto, incluyendo en cada una la cuantía de armadura y el tipo de hormigón. Por lo tanto, el comportamiento global de los ETC será función del que muestre cada capa a lo largo del canto. Así pues, hay que conocer previamente el comportamiento elastoplástico de cada capa, para posteriormente establecer el del elemento completo.

El hecho de que se produzcan fisuras implica un cambio importante en el comportamiento del elemento. Antes de que estas aparezcan, los materiales (hormigón y acero) se pueden simular con unas leyes constitutivas válidas en todo el elemento; sin embargo, cuando surgen fisuras, el comportamiento en el entorno de estas respecto de otro punto del elemento no fisurado es distinto, siendo imposible establecer unas leyes concretas para un volumen finito. Surge pues la necesidad de establecer de alguna manera unas leyes válidas en todo el elemento. Esto se hace con el concepto de fisura distribuida o «difuminada» (FD), en el cual se establecen leyes constitutivas en el espacio de las tensiones-deformaciones medias aplicables en todo el elemento finito, asimilándolo a un medio continuo; el acero, por ejemplo, tendrá una ley tensión-deformación media entre el comportamiento que manifiesta en una fisura y el que tiene en el hormigón embebido sin fisurar, aplicable en cualquier punto del elemento (aplicación de la fisura distribuida). También es posible contemplar unas leyes constitutivas determinadas para el acero y el hormigón sin tener en cuenta la diferencia de comportamiento provocado por las fisuras; no obstante, con esta opción se pierde precisión, sobre todo en secciones con bajas cuantías de armadura. En este estudio se optó por utilizar el concepto de fisura distribuida en el espacio de las tensiones medias para lograr una mayor aproximación al comportamiento real del espécimen.

Dentro de la teoría de FD es posible encontrar al menos 2 aproximaciones: fisura fija distribuida (FFD) y fisura distribuida rotacional (FDR). En el primer caso, se considera que una vez que aparece una fisura, esta queda fijada y se establece un sistema de referencia centrado en dicha fisura. De esta forma, el comportamiento del elemento finito pasa a tener un marcado carácter anisótropo conforme se avanza en el grado de deformación, siendo tanto la tensión normal como la cortante de transferencia en la fisura modeladas de manera independiente. En ese caso, la dirección principal de tensión no tiene por qué coincidir con la de deformación, de una forma muy parecida a la real. En modelos multifisurados se establecen criterios para definir la fisura fijada. En el segundo caso, se mantiene en todo momento la coincidencia de las direcciones principales de tensión y deformación, siendo innecesario definir un modelo de comportamiento ante las tensiones tangenciales desarrolladas por la fisura. Aunque por una parte esto último produce modelos más simples con menores tiempos de computación, por otra se incrementan al tener que fijar en cada paso un nuevo sistema de referencia en la nueva fisura producida. Así pues, los modelos con FFD representan con mayor aproximación el comportamiento real del hormigón ante una variación importante en la dirección de las tensiones principales en la secuencia de carga, de tal forma que fueron estos modelos multifisurados FFD por capas los que se

seleccionaron para realizar la simulación del ábaco en el modelo numérico.

Para validar el modelo numérico entre los propuestos, se realiza un análisis de empuje incremental (AEI) para obtener la envolvente a la curva experimental.

La curva experimental obtenida en el ensayo de laboratorio presentaba una caída de resistencia en los estados avanzados de deformación (fig. 3) atribuible al fallo de adherencia de la armadura longitudinal inferior del ábaco y a la degradación en la tensión tangencial entre fisuras de torsión de la viga transversal. La modelización de esta viga transversal, se puede realizar de varias formas, dando origen a las diferentes propuestas: a) modelando con ETB la zona viga transversal-ábaco a modo de emparrillado, quedando todas las uniones conectadas con muelles rotacionales que permitían simular el decaimiento de resistencia para un nivel determinado de deformación, y b) empleando únicamente ETC con armadura tanto en la dirección longitudinal como transversal. Esta última opción fue la que menos iteraciones por paso requirió en la secuencia de cálculo y, por tanto, la elegida para modelizar la viga transversal. Sin embargo, se dificulta la simulación del fallo de adherencia, pues con los elementos tipo ETC no se pueden colocar muelles. Por tanto, para simular el fallo de adherencia se optó por un camino indirecto, consistente en reducir la pendiente de la relación tensión-deformación media del acero en la zona plástica. De esta manera se limita la tensión media que puede alcanzar el acero en la zona de endurecimiento por deformación.

El modelo de capas seleccionado fue sometido a la historia de cargas de la figura 2 para analizar el comportamiento cíclico de la conexión, obteniéndose la curva histerética del modelo muy próxima a la experimental en los primeros estados de carga, distanciándose en el efecto de pinzamiento con el aumento de los ciclos donde se intensifica la degradación en la adherencia y en la tensión tangencial de las fisuras a torsión. Finalmente, se obtuvo un modelo de fisuras bastante ajustado al experimental, con el cual se pueden analizar los flujos de tracciones-compresiones del ábaco en torno al pilar según el grado de deformación lateral de la conexión.

Este artículo consta de las siguientes secciones: modelo constitutivo empleado para el hormigón armado, cargas aplicadas y proceso de cálculo, comparación entre la predicción de los modelos numéricos frente a los resultados experimentales y, finalmente, las conclusiones del trabajo realizado.

## 2. Modelo constitutivo del hormigón armado

El hormigón armado es un material que se caracteriza por la presencia de fisuras cuando se supera la resistencia a tracción del hormigón. La fisuración produce un cambio drástico en el comportamiento del material que se debe tener en cuenta en las relaciones tenso-deformacionales. Por tanto, es necesario establecer modelos constitutivos antes y después de la fisuración de manera diferenciada.

### 2.1. Modelo elastoplástico de fractura continua en el hormigón armado antes de fisurar

El modelo elastoplástico de fractura (EPAF) se usa para describir el comportamiento del hormigón armado antes de fisurar. Idealiza el hormigón sin fisurar, como una combinación entre fractura continua y plasticidad, las cuales representan la pérdida en la capacidad de absorber energía elástica y deformación permanente, respectivamente. El hormigón es idealizado como un conjunto de componentes infinitesimales elastoplásticos: elasticidad y plasticidad en serie (fig. 4). Si dichos componentes no resultaran dañados durante la carga, se tendría un estado elastoplástico perfecto, es decir, todos los elementos estarían activos y en tensión. Sin

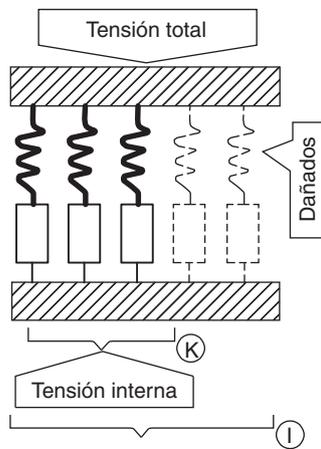


Figura 4. Modelo matemático elastoplástico de fractura (EPAF).

embargo, el daño de fractura, que es distinto del que aparece cuando se supera la resistencia a tracción en el hormigón, se origina bajo la acción de la carga debido a microfisuras y otros defectos; esto se representa en el modelo matemático mediante la rotura de algunos elementos y, por tanto, su pérdida de capacidad resistente.

Surge por ello el parámetro de fractura,  $K$ , que representa el ratio de muelles no dañados respecto al total inicial. De los ensayos realizados [9], se puede observar que la tensión interna en un elemento de hormigón no dañado es directamente proporcional a la deformación elástica; por tanto, se usará esta tensión para representar la intensidad de la tensión, aplicada en la parte no dañada del hormigón. Este es el parámetro clave que gobierna la evolución del daño y la plasticidad; es decir, pueden ser obtenidos si conocemos el valor de tensión interna.

### 2.1.1. Modelo elástico del hormigón

El estado tensional elástico se puede descomponer en los estados esférico y desviador, tanto para las tensiones como para las deformaciones.

En el estado volumétrico se ha comprobado experimentalmente [9] que la relación entre tensión y deformación expresada a través del primer invariante,  $I_1$  e  $I_{1e}$ , respectivamente, es lineal y se puede asumir independiente del grado de confinamiento. Consecuentemente, la energía almacenada y la liberada coinciden y se puede escribir:

$$I_1 = 3K_0 I_{1e} \quad (1)$$

donde  $K_0 = \frac{E_0}{3(1-2\nu_0)}$  es la constante elástica volumétrica, siendo  $E_0$  el módulo de deformación inicial del hormigón,  $\nu_0$  el coeficiente de Poisson inicial del hormigón, e  $I_{1e} = \frac{1}{3}\varepsilon_{eij}$  es la definición del primer invariante de deformación en el estado esférico, siendo  $\varepsilon_{eij}$  el tensor de deformación elástico.

En el estado desviador se ha comprobado [9] que la relación entre los invariantes de tensión,  $J_2$ , y deformación,  $J_{2e}$ , no es lineal y es dependiente del grado de confinamiento. Por tanto, hay una parte de energía que se consume en el proceso de fractura continua. La relación entre ambos invariantes está influenciada por el parámetro de fractura,  $K$ , mediante la expresión:

$$J_2 = 2G_0 K J_{2e} \quad (2)$$

donde  $G_0 = \frac{E_0}{2(1+\nu_0)}$  es el módulo de rigidez transversal y  $J_{2e} = \sqrt{\frac{1}{2}e_{eij}e_{eij}}$  es el segundo invariante del estado desviador de deformación, siendo  $e_{eij}$  el tensor de deformación elástico del estado

desviador. De (2) se puede definir la tensión interna efectiva que actúa en el hormigón no dañado:

$$J_{2i} = \frac{J_2}{K} = 2G_0 J_{2e} \quad (3)$$

Experimentalmente,  $K$  se puede aproximar para estados uniaxiales mediante la siguiente expresión:

$$K = \exp\left(-0,73 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \left(1 - \exp\left(-1,25 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)\right)\right) \quad (4)$$

donde  $\varepsilon_c$  es la deformación correspondiente a la resistencia del hormigón a compresión obtenida mediante ensayo a compresión uniaxial y  $\varepsilon$  es la deformación en un instante determinado. Para un estado tensional general, se obtienen expresiones parecidas a (4), empleando expresiones equivalentes de  $\varepsilon$  para tener en cuenta el resto de componentes de la deformación [10].

Como se puede comprobar,  $J_{2i}$  es directamente proporcional a  $J_{2e}$ . Por tanto, esta última variable será la utilizada para controlar la evolución de la fractura, jugando un papel muy importante en la deformación del hormigón. Expresando (2) en forma tensorial resulta:

$$s_{ij} = 2G_0 K_{ij} e_{eij} \quad (5)$$

donde  $s_{ij}$  es el tensor de estado elástico desviador.

Maekawa y Li [11] demostraron que para estados de carga biaxiales compresión-tracción la degradación por fractura continua es isotrópica y, por tanto,  $K_{ij} = K$ .

Sumando los estados volumétrico y desviador, se obtiene tanto la expresión del tensor de tensión,  $\sigma_{ij}$  (6) como la incremental,  $d\sigma_{ij}$  (7), del modelo constitutivo del hormigón en la parte elástica:

$$\sigma_{ij} = 3K_0 I_{1e} \delta_{ij} + 2G_0 K e_{ij} \quad (6)$$

$$d\sigma_{ij} = 3K_0 d(\varepsilon_{ell}/3) \delta_{ij} + 2G_0 K d e_{ij} + 2G_0 e_{ij} dK = M_{ijkl} d\varepsilon_{ekl} \quad (7)$$

### 2.1.2. Modelo plástico del hormigón

Al igual que en el campo elástico, se pueden analizar los estados desviador y esférico para obtener el modelo constitutivo plástico.

Respecto a la plasticidad en el estado desviador, el flujo plástico es un proceso irreversible dependiente del proceso de carga-descarga seguido por los componentes no dañados del hormigón,  $J_{2i}$ , según el modelo matemático establecido en la figura 4. Esto significa, que para obtener la energía disipada debido a la plasticidad por corte en el estado desviador,  $W_{ps}$ , hay que sumar el trabajo específico por unidad de volumen realizado por los componentes no dañados a lo largo de la secuencia de carga:

$$W_{ps} = \int dW_{ps} \quad (8)$$

Dado que la deformación elástica representa el estado de tensión interna según (3), el integrando de (8) se puede expresar como:

$$dW_{ps} = 2G_0 e_{eij} d e_{pij} \quad (9)$$

donde  $d e_{pij} = d\varepsilon_{pij} - d(\varepsilon_{pkk}/3) \delta_{ij}$  es la expresión incremental del tensor de deformación plástico en el estado desviador y  $\varepsilon_{pij}$  es el tensor de deformación plástico. Para expresar el nivel de deformación plástica en el estado desviador, se introduce el invariante  $J_{2p}$  dependiente de la historia de carga. La expresión incremental es la siguiente:

$$dJ_{2p} = \frac{dW_{ps}}{2(2G_0 J_{2e})} = \frac{e_{eij} d e_{pij}}{2J_{2e}} \quad (10)$$

$$J_{2p} = \int dJ_{2p} \quad (11)$$

Se asume que la tensión interna, que es proporcional a la deformación elástica,  $J_{2e}$ , gobernará la evolución de la plasticidad. Por

tanto, el modelo constitutivo relacionará  $J_{2p}$  con  $J_{2e}$  mediante la función H, denominada función de endurecimiento plástico:

$$J_{2p} = H(J_{2e}) \quad (12)$$

Se puede comprobar [9] que H es independiente del grado de confinamiento del hormigón, y por tanto de  $I_{1e}$ .

Otra propiedad interesante en relación con  $de_{pij}$  es la coincidencia de la dirección principal del incremento de deformación plástica con el estado de tensión, o como se deduce de (3), de la deformación elástica del estado desviador, para un instante determinado [11], denominada «regla de flujo»:

$$de_{peij} = e_{eij} dg \quad (13)$$

donde dg es un coeficiente proporcional. Esta propiedad se cumplirá siempre que el confinamiento del hormigón sea isotrópico. Si se aplica esta expresión en (10) resulta:

$$dJ_{2p} = \frac{e_{eij} de_{pij}}{2J_{2e}} = \frac{e_{eij} e_{eij}}{2J_{2e}} dg = J_{2e} dg \quad (14)$$

En cuanto a la plasticidad en el estado volumétrico, se ha comprobado experimentalmente que está asociada a la plasticidad del estado desviador. De la misma forma que en (9), se puede calcular el trabajo neto por unidad de volumen en el estado volumétrico,  $W_{pv}$ , que se define como sigue en su expresión incremental:

$$dW_{pv} = 3K_0 I_{1e} d\left(\frac{\varepsilon_{pkk}}{3}\right) \quad (15)$$

Al igual que en el estado desviador, se define el invariante de deformación plástica volumétrica,  $I_{1p}$ , como sigue:

$$dI_p = \frac{dW_{pv}}{3K_0 I_{1e}} = d\left(\frac{\varepsilon_{pkk}}{3}\right) \quad (16)$$

$$I_{1p} = \int dI_p = \frac{1}{3} \varepsilon_{pkk} \quad (17)$$

Si se analiza la relación entre  $I_{1p}$  y  $J_{2p}$  obtenida experimentalmente en varios ensayos [9], se observa que depende del grado de confinamiento del hormigón, que está relacionado directamente con  $I_{1e}$ . Si en dicha relación se analiza la variación de  $I_{1p}$  respecto a  $J_{2p}$ , es decir el cambio de volumen asociado con la plasticidad por corte, se obtiene la dilatancia, D:

$$D = \frac{\partial I_p}{\partial J_{2p}} \quad (18)$$

La dilatancia, D, depende del grado de confinamiento,  $I_{1e}$ , y del parámetro de fractura, K, como se comprueba en Maekawa et al. [9].

Una vez analizados los estados esférico y desviador en el campo plástico, se puede obtener la deformación plástica total aplicando (12), (13), (14) y (18):

$$de_{pij} = de_{pij} + \delta_{ij} dI_p = e_{eij} \frac{dJ_{2p}}{J_{2e}} + \delta_{ij} D dJ_{2p} = \left\{ \frac{e_{eij}}{J_{2e}} + \delta_{ij} D(I_{1e}, K) \right\} \left( \frac{dH}{dJ_{2e}} \right) U_p dJ_{2e} \quad (19)$$

$$U_p = 1 \text{ cuando } dJ_{2e} > 0 \text{ y } J_{2e} = J_{2e \max}$$

$$U_p = 0 \text{ en otro caso}$$

Teniendo en cuenta la definición de  $J_{2e}$ , para el estado desviador elástico se obtiene:

$$dJ_{2e} = \frac{e_{ekl} de_{ekl}}{2J_{2e}} = \frac{e_{ekl}}{2J_{2e}} d\left(\varepsilon_{ekl} - \frac{1}{3} \delta_{kl} \varepsilon_{emm}\right) = \frac{e_{ekl} d\varepsilon_{ekl}}{2J_{2e}} \quad (20)$$

Sustituyendo (20) en (19), se obtiene la deformación plástica total en función de la deformación elástica:

$$d\varepsilon_{pij} = L_{ijkl} d\varepsilon_{ekl} \quad (21)$$

con  $L_{ijkl} = \left( \frac{e_{eij}}{J_{2e}} + D\delta_{ij} \right) \left( \frac{dH}{dJ_{2e}} \right) \frac{U_p e_{ekl}}{2J_{2e}}$

### 2.1.3. Modelo elastoplástico y de fractura tridimensional para el hormigón

A partir de los modelos elásticos y plásticos del hormigón, se puede obtener una ley constitutiva que analice el comportamiento real del hormigón. Para ello se considera que el comportamiento de este material es una combinación de elasticidad, fractura y plasticidad, y dicha combinación produce el daño continuo en el hormigón. Es decir, no hay una diferenciación clara de los tramos elástico y plástico, sino que ambos se desarrollan de manera conjunta. Su desarrollo en ambos casos depende únicamente de la deformación elástica,  $\varepsilon_{eij}$ , y del parámetro de fractura, K. La expresión incremental de la deformación total en un instante determinado se puede expresar como sigue:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{eij} + d\varepsilon_{pij} \quad (22)$$

Aplicando (21) en (22), se obtiene:

$$d\varepsilon_e = ([\mathbf{I}] + [\mathbf{L}])^{-1} d\varepsilon \quad (23)$$

donde  $\varepsilon_e$  es el tensor de deformación elástico y  $\varepsilon$  es el tensor de deformación total, indicando en negrita los vectores y matrices.

Finalmente, si se sustituye (23) en (7), se obtiene la ley constitutiva total del hormigón antes de fisurar en el marco del daño continuo:

$$d\sigma = [\mathbf{M}]([\mathbf{I}] + [\mathbf{L}])^{-1} d\varepsilon \quad (24)$$

### 2.1.4. Modelo constitutivo del acero en el hormigón antes de fisurar

Para modelar el comportamiento del acero adherido al hormigón antes de que este fisure, se ha utilizado la clásica ley constitutiva bilineal junto al criterio de plastificación de Von Mises, con un tramo de endurecimiento por deformación en la zona plástica. Incluye el efecto Bauschinger en el modelo de histéresis.

### 2.2. Modelo elastoplástico del hormigón después de fisurar

Cuando se produce la fisuración del hormigón, su comportamiento pasa a tener un marcado carácter anisótropo en la dirección de la fisura. En este punto de la secuencia de cálculo se produce un cambio en las leyes constitutivas del hormigón armado que hay que tener en cuenta en el método de cálculo por elementos finitos. Estas nuevas leyes se formulan en el espacio de las tensiones-deformaciones medias y serán dependientes de la historia de carga.

El criterio de fisuración se hace depender del parámetro de fractura, K, pues se ha comprobado [10] que la tensión de tracción se reduce con la fractura continua de la carga a compresión que previamente se haya producido en la historia de carga, resultando:

$$\frac{\sigma_1}{(R_f \cdot f_t)} = 1 \text{ (estado bitensional compresión n - tracción n)} \quad (25)$$

$$\frac{\sigma_1}{(R_f \cdot f_t)} + 0.26 \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) = 1 \text{ (estado bitensional tracción n - tracción n)}$$

siendo  $R_f$  el factor de reducción de la tensión de tracción que se puede aproximar a  $K^3$  según [9],  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  las tensiones principales considerando  $\sigma_1 > \sigma_2$  y las tracciones positivas y  $f_t$  la resistencia a tracción del hormigón.

El modelo a compresión del hormigón fisurado sigue los mismos preceptos que el modelo EPAF establecido en (24), salvo

2 diferencias. La primera es que la tensión de compresión paralela a la fisura se considera uniaxial debido a la ausencia de tensión en la dirección ortogonal; la segunda diferencia es que la tensión de tracción que actúa en la dirección ortogonal a la fisura produce una alteración en la capacidad resistente y la rigidez de la zona de compresiones [12]. Esta alteración de la resistencia a compresión simple se obtiene aplicando un coeficiente reductor,  $\omega$ , que depende del nivel de deformación de tracción,  $\varepsilon_{tmax}$ , pudiendo llegar a reducciones del 60% para una  $\varepsilon_{tmax}$  del 0,5%. Con estas consideraciones, se obtiene finalmente el modelo constitutivo para las fases de carga y descarga que se puede consultar en Maekawa et al. [9].

Para modelizar las tracciones en el hormigón fisurado hay que tener en cuenta que hay 2 posibilidades: que exista o no armadura en la dirección en la que se está analizando la tensión. En el primer caso se tiene un estado de tracción con rigidización, en el cual el hormigón soporta parte de las tensiones de tracción en las zonas entre fisuras debido a la adherencia con la armadura. El modelo adoptado en este caso es el propuesto por Shima y Okamura [13]:

$$\sigma = f_t \cdot (\varepsilon_{tu}/\varepsilon)^c \quad (26)$$

donde  $c$  es el parámetro de rigidización (0,4 para armadura en redondos y 0,2 en mallazos soldados),  $f_t$  es la resistencia uniaxial a tracción del hormigón y  $\varepsilon_{tu}$  es la deformación correspondiente al instante en que el hormigón fisura.

En caso de que no exista armadura en la dirección de tracción se produce una reducción brusca en el valor de la misma al fisurar. El cálculo de la ley  $\sigma$ - $\varepsilon$  del hormigón sin armaduras se obtiene de una expresión similar a (26) con un valor distinto del parámetro,  $c$ , que resulta de realizar planteamientos energéticos entre la deformación y la fractura [9].

Otro aspecto importante es la modelización de la transferencia de tensiones tangenciales a través de las fisuras en el espacio de las tensiones-deformaciones medias. Cuando la fisura se genera, la dirección de la misma es ortogonal a la tensión principal de tracción, siendo nulas las tensiones tangenciales a lo largo de la fisura. Sin embargo, durante el proceso de carga las direcciones principales de tensión y deformación van cambiando, desarrollándose tensiones tangenciales en las fisuras existentes. Así pues, en un elemento finito con fisura se tendrán deformaciones tangenciales, tanto del hormigón entre fisuras,  $\gamma_c$ , como las provocadas por las fisuras,  $\gamma_{cr}$ ; por tanto, hay que definir un módulo de deformación transversal equivalente teniendo en cuenta que la tensión tangencial es única:

$$G = \frac{1}{1/G_c + 1/G_{cr}} \quad (27)$$

siendo  $G_c$  y  $G_{cr}$  los módulos de deformación transversal del hormigón sin fisurar y en la fisura, respectivamente.

En la implementación del modelo planteado se desprecia la  $\gamma_c$  por ser muy inferior a  $\gamma_{cr}$ . A partir de este planteamiento se obtienen las leyes constitutivas para las tensiones tangenciales correspondientes a las fases de carga, descarga y recarga que se puede consultar en Maekawa et al. [9], incluyendo la pérdida de resistencia en la tensión tangencial entre fisuras para valores elevados de deformación [14].

Finalmente, se plantea la ecuación constitutiva del acero embebido en el hormigón fisurado. Para elementos con geometría lineal, en los cuales solo se consideren las fisuras ortogonales a la armadura, la tensión de fluencia media,  $f_{y0}$ , se obtiene por equilibrio entre fisuras de la siguiente expresión:

$$f_{y0} + \frac{\sigma_x}{\rho_{eff}} = f_y \quad (28)$$

$$f_{y0} = E_s \cdot \varepsilon_s$$

donde  $f_y$  es la tensión de fluencia de las barras de acero no embebidas,  $\sigma_x$  es la tensión media de tracción del hormigón según (26),

$E_s$  es el módulo de deformación inicial del acero,  $\varepsilon_s$  es la deformación media del acero y  $\rho_{eff}$  es la cuantía geométrica efectiva de acero referida al área de hormigón que interactúa con la armadura debido a la adherencia entre ambos [15]. No obstante, a efectos de programación se utiliza una expresión explícita parecida para  $f_{y0}$ , obtenida mediante un estudio paramétrico [15]:

$$f_{y0} = f_y - \frac{f_t}{2\rho_{eff}} \quad (29)$$

donde  $f_t$  es la resistencia a tracción del hormigón.

En el caso de que se analicen elementos bi o tridimensionales, las fisuras no tienen por qué tener una dirección ortogonal a la armadura; en este caso, se utiliza una expresión que tiene en cuenta este aspecto ( $f_{y,eff}$ ):

$$f_{y,eff} = f_y - (f_y - f_{y0}) \cdot \cos^2 \vartheta \quad (30)$$

donde  $\theta$  es el ángulo que forman las fisuras con las barras de acero y  $f_{y0}$  es la definida en (29).

Para obtener la relación completa de tensión-deformación media en el acero embebido en el hormigón se emplea el modelo multilinear en el espacio de las tensiones medias [9] para acero embebido en hormigón, que incorpora el fenómeno de adherencia. A partir del punto  $(\varepsilon_{y0}, f_{y0})$  que determina el fin del tramo elástico, se define una curva trilineal para el tramo plástico hasta llegar al punto de rotura  $(\varepsilon_{yu}, f_{yu})$  en valores medios, estando definido cada tramo mediante expresiones matemáticas obtenidas de estudios paramétricos, que pueden ser consultadas en Maekawa et al. [9] y en Salem y Maekawa [15]. Como modelo de histéresis, se adopta el de multicapa [16], en el que el acero es representado por un conjunto de elementos microscópicos en paralelo formados cada uno de ellos por un muelle y una deslizadera, conectados ambos en serie. La zona de carga sigue una ley elastoplástica y en la descarga se tiene en cuenta el efecto Bauschinger, dando diferentes valores de tensión de fluencia a compresión en cada deslizadera.

### 3. Diferentes modelos estudiados para representar la conexión interior

La conexión interior forjado reticular-pilar de hormigón armado objeto de estudio cuenta con los siguientes componentes, que se ilustran en la figura 1: a) pilares superior e inferior al forjado; b) zona nervada del forjado; c) zona maciza o ábaco, incluyendo vigas longitudinal y transversal de punzonamiento en torno al pilar (crucetas de punzonamiento), y d) unión pilar-ábaco.

Para analizar la conexión se han estudiado diferentes modelos numéricos. Todos ellos tienen en común el empleo de elementos ETF para los pilares y zonas nervadas. La diferencia entre cada modelo reside en la forma de modelizar la zona maciza o ábaco; en esta zona es donde se produce el mecanismo de transición de momento de los pilares a la losa por flexión constante y cortante excéntrico que gobierna el comportamiento global de la conexión. Se utilizó el programa Engineer's Studio [3] basado en el MEF no-lineal que implementa los modelos constitutivos analizados en el apartado 2. Se trata de un software novedoso incorporado muy recientemente al mercado que incorpora componentes basados en la teoría avanzada de mecánica no-lineal de hormigón armado desarrollada por el profesor K. Maekawa [9]. Se describe a continuación la modelización realizada para cada componente.

#### 3.1. Pilares superior e inferior al forjado

Los pilares se modelizan con elementos tipo ETF isoparamétricos de 3 nodos, al objeto de poder contar con 2 puntos de Gauss para analizar los esfuerzos y/o tensiones del elemento. La sección en ambos pilares era cuadrada de  $0,27 \times 0,27$  m, con el detalle de

armado que aparece en la figura 1. La longitud del elemento ETF fue de 0,30 m, situándose dentro del intervalo  $0,5d < L < 2d$ , con  $d$  el canto de la pieza, tal y como se recomienda en Engineer's Studio [3] para los ETF. La sección se discretizó en  $10 \times 10$  fibras.

El acero que se utilizó era del tipo B400, con un límite elástico de  $400 \text{ N/mm}^2$  que, unido a un módulo de deformación de  $200.000 \text{ N/mm}^2$  definen el tramo elástico. La carga de rotura que se consideró fue de  $405 \text{ N/mm}^2$  y se tomó intencionadamente un valor cercano al límite de fluencia,  $f_y$ , para tener en cuenta la degradación de adherencia acero-hormigón debido a las cargas cíclicas. Esta ley bilineal así definida para una barra de acero aislada se empleó en el modelo multilíneal definido en el apartado 2.2 para obtener la ley constitutiva del acero embebido en hormigón en el espacio de las tensiones-deformaciones medias, adoptando para el pilar inferior una cuantía geométrica de armadura de un 4%, y un 2% para el superior. El coeficiente de Poisson fue de 0,30 y el módulo de rigidez transversal correspondiente, de  $76.923 \text{ N/mm}^2$ .

La resistencia a compresión adoptada para el hormigón fue de  $19,00 \text{ N/mm}^2$  y para la tracción, de  $1,64 \text{ N/mm}^2$ . El módulo de deformación adoptado fue de  $27.000 \text{ N/mm}^2$  y el coeficiente de Poisson, de 0,167, resultando un módulo de rigidez transversal inicial de  $11.568 \text{ N/mm}^2$ . Estos valores sirven para definir los modelos EPAF y el modelo elastoplástico del hormigón después de fisurar (EPDF) definidos en los apartados 2.1 y 2.2, respectivamente. No obstante, para los ETF estos modelos se pueden simplificar, puesto que solo existen tensiones normales en la dirección perpendicular a la sección ortogonal al eje del elemento lineal, y estas a su vez están desacopladas con las tensiones tangenciales; de esta forma, se pueden definir leyes constitutivas muy parecidas a las obtenidas experimentalmente en los ensayos uniaxiales.

### 3.2. Zona nervada del forjado

Esta zona del forjado, se caracteriza por estar constituida por una retícula de nervios de 0,42 m de intereje con 0,06 m de ancho de nervio y un canto total de 0,18 m, perteneciendo los últimos 0,036 m a la capa de compresión.

En aras de conseguir el modelo más sencillo posible, se decidió no modelizar la capa de compresión en la zona de los nervios puesto que no es una zona crítica.

Para modelizar los nervios, se utilizan los mismos elementos que en los pilares, es decir, elementos isoparamétricos de 3 nodos con modelo de fibras con las mismas leyes constitutivas. La única diferencia en la definición de la sección estriba en la discretización para el modelo de fibras, que en este caso es de  $5 \times 5$  y en la cuantía de acero con un valor de un 3%.

### 3.3. Zona maciza o ábaco en torno al pilar con crucetas de punzonamiento

La zona del ábaco está constituida por una losa de hormigón de 0,18 m de espesor y unas dimensiones de  $1,74 \times 1,74 \text{ m}^2$ , que conecta con el pilar en el centro geométrico y en los extremos con las zonas nervadas del forjado reticular. La peculiaridad a la hora de modelar esta zona es que el armado de la misma no es uniforme debido a la presencia de las crucetas de punzonamiento. A diferencia del resto del ábaco donde solo hay armadura longitudinal, en la zona de las crucetas existe también armadura transversal vertical. Por esta razón, en la modelización, se distinguieron las siguientes zonas que se aprecian en la figura 5: a) cruceta longitudinal; b) cruceta transversal; c) resto ábaco, con la zona maciza no ocupada por las crucetas longitudinal y transversal, y d) unión ábaco-pilar, que conforma la intersección del pilar con el ábaco.

En los modelos planteados se utilizarán ETF y ETC. Los ETF tienen las mismas características que los utilizados en los pilares y en la zona nervada. Para los ETC, se emplearán elementos

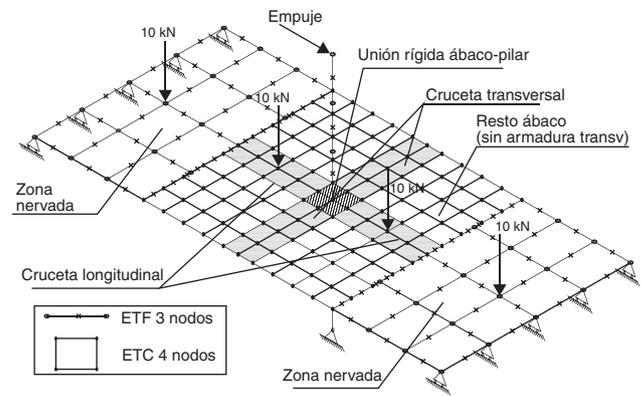


Figura 5. Modelo de elementos finitos de la conexión interior forjado reticular-pilar.

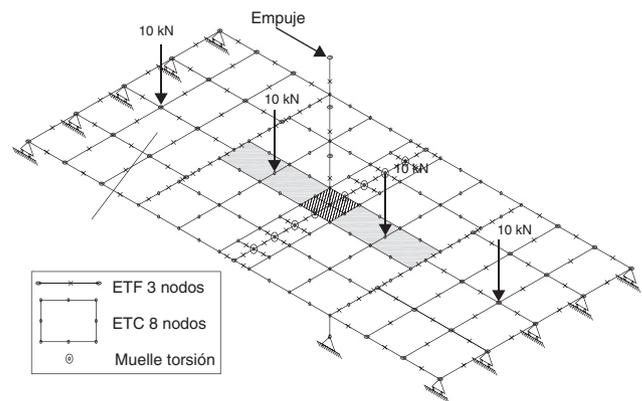


Figura 6. Modelo 1 con cruceta transversal modelizada con elementos tipo fibra (ETF) y muelles de torsión.

isoparamétricos rectangulares de 4 y 8 nodos. Cada uno de ellos se divide en 10 capas de espesor constante (0,018 m). Cada capa se define con hormigón cuya resistencia es de  $19 \text{ N/mm}^2$ , con un comportamiento no lineal en cada una de ellas, con objeto de obtener el mayor grado de aproximación posible. Se fija como coeficiente de endurecimiento del hormigón en tracción  $c = 0,40$ , al estar constituida la armadura por barras simples. Asimismo, se establecen las capas que contienen armadura, definiéndose la misma por cuantías (metros cuadrados de acero/metros lineales de elemento) en ambas direcciones.

En cuanto a las características de los materiales, el hormigón tiene las mismas que el empleado para los ETF. Asimismo, se utilizan como modelos de comportamiento los EPAF y EPDF en toda su extensión. Las barras de acero que constituyen la armadura de la placa son B400, teniendo igualmente las mismas características que el utilizado en los ETF. El modelo constitutivo utilizado será el multilíneal definido en el apartado 2.2, con la particularidad de emplear la expresión (30) para calcular la tensión media de fluencia en función de la orientación de las fisuras que se puedan producir.

Teniendo en cuenta las diferentes modelizaciones en las diferentes zonas del ábaco, se plantearon los modelos siguientes:

#### 3.3.1. Modelo 1

En este modelo se representaron tanto el resto de ábaco como la cruceta longitudinal con ETC rectangulares de 8 nodos, con unas dimensiones de  $0,36 \times 0,36 \text{ m}$  y  $0,27 \times 0,36 \text{ m}$ , respectivamente. La cruceta transversal se modelizó con ETF isoparamétricos de 3 nodos, como se aprecia en la figura 6; estos ETF incluían rótulas plásticas a torsión en la unión de cada elemento finito de la cruceta, para simular la posible rotura a torsión que se pudiera pro-

ducir fuera del plano del forjado. Esta rotura no se puede reproducir con ETC, ya que con estos elementos solo se modeliza la fisuración en el plano del elemento.

De esta forma, la zona maciza quedó dividida en 2 semiplanos unidos con ETF isoparamétricos de 3 nodos para transmitir los esfuerzos de flexión y cortante, quedando constituido un emparillado en la zona de la cruceta transversal. La unión del pilar con el forjado se realizó con ETL rígidos, siendo el área ocupada de la misma dimensión que la sección del pilar.

### 3.3.2. Modelo 2

En este modelo se utiliza la misma disposición para el resto de ábaco y cruceta longitudinal. Esta última se modelizó con ETC de 8 nodos con unas dimensiones de  $0,36 \times 0,27$  m, de tal forma que la conexión con el pilar se realizaba a través de un solo elemento. La unión pilar-forjado se realizó con 4 ETC de 4 nodos de  $0,135 \times 0,135$  m, teniendo en cuenta la armadura tanto de la cruceta transversal como de la longitudinal que intersectan en esta zona. De esta forma, la conexión del pilar con el ábaco se realizó de manera puntual a través de un solo nudo.

### 3.3.3. Modelo 3

Se utiliza el modelo 2, con la diferencia de que en este caso la unión pilar-ábaco se hizo rigidizando los 4 ETL de la zona de unión ábaco-pilar.

### 3.3.4. Modelo 4

En este modelo se utilizan ETF isoparamétricos de 4 nodos (figura 5), con un tamaño de retícula menor con objeto de simplificar el MEF de cara a mejorar el tiempo de cálculo y la convergencia. El tamaño de malla elegido fue de  $0,135 \times 0,135$  m en las crucetas y de  $0,184 \times 0,184$  m en el resto de ábaco. De esta forma se garantizaba la unión de 2 elementos ETC de la cruceta transversal al pilar, mejorando la modelización de los esfuerzos de torsión que se generan en esta zona. Asimismo, se estableció la misma tipología y el mismo tamaño de elemento finito para el ábaco, estando por tanto el entorno del pilar más discretizado y con un elemento finito más sencillo.

## 4. Cargas aplicadas y proceso de cálculo

### 4.1. Cargas aplicadas

Las cargas aplicadas a los modelos se dividen en gravitatorias y cíclicas, aunque el estudio que nos ocupa está centrado en la respuesta frente a las segundas. Las cargas gravitatorias consideradas son las siguientes: a) peso propio de los elementos ( $24,5 \text{ kN/m}^3$  para el hormigón y  $77 \text{ kN/m}^3$  para el acero); b) carga puntual centrada según el eje del pilar de 335 kN, que simula el axil del resto de plantas superiores, y c) sobrecarga de uso, representada por 4 cargas puntuales de 10 kN cada una aplicadas en los puntos del forjado que se indican en la figura 5.

Para analizar la capacidad frente a cargas laterales de la conexión interior objeto de estudio, se realizó un AEI en los diferentes modelos planteados. Para ello se estableció un desplazamiento objetivo de 100 mm a realizar en 333 pasos ( $0,3 \text{ mm/paso}$ ) tras haber aplicado las cargas gravitatorias. Una vez seleccionado uno de los modelos de cálculo, se sometió a la carga cíclica indicada en la figura 2, con el mismo ratio de desplazamiento impuesto por paso que en el AEI, para analizar el comportamiento histerético de la conexión.

### 4.2. Proceso de cálculo

El cálculo se realiza por el MEF en análisis no-lineal utilizando el programa Engineer's Studio [3], estableciendo una secuencia paso

a paso, realizando iteraciones en cada uno de ellos hasta alcanzar el equilibrio según el criterio de convergencia establecido, con un error máximo relativo del 3% y un error absoluto en fuerzas y momentos de 3 kN y 3 kNm, respectivamente. En el inicio de la secuencia de cálculo y en cada punto de Gauss se aplican las leyes constitutivas correspondientes al modelo EPAF; en el momento que se produce una fisura hay un cambio a EPDF. Dependiendo del número de fisuras que aparecen, se establecen distintas formas de seleccionar la fisura activa en la que se establece el sistema de referencia local para aplicar el modelo EPDF.

### 4.3. Secuencia de cálculo en los elementos tipo fibra

En los ETF, la fisuración se considera ortogonal a la directriz y, por tanto, el sistema de referencia local permanece invariable durante toda la secuencia de carga en cada uno de los pasos. La fase de cálculo se realizará teniendo en cuenta que las integrales de superficie sobre la sección del ETF para obtener los esfuerzos en cada paso necesarios para la ejecución del MEF se calcularán de manera discreta sumando los esfuerzos generados por cada fibra de la sección. Finalmente, la submatriz de rigidez del ETF se calculará por el método de integración numérica de Gauss-Legendre con 2 puntos de Gauss, siendo estos últimos los puntos óptimos de consulta tanto de tensiones como de esfuerzos.

### 4.4. Secuencia de cálculo en los elementos tipo capa

Los ETC son una extensión a 2 dimensiones de los ETF, con una secuencia de cálculo parecida una vez que se establece el sistema de referencia local de cada elemento finito. Es decir, para obtener la submatriz de rigidez se sustituirán las integrales de superficie por sumas discretas en cada capa, obteniendo los esfuerzos de sección en el desarrollo del MEF. Se empleará el método de integración numérica de Gauss-Legendre, con un esquema reducido completo pasando de  $3 \times 3$  a  $2 \times 2$  puntos de Gauss para eliminar el bloqueo por cortante y membrana en láminas de reducido espesor. En dichos puntos de cada capa se analizarán las tensiones dentro de cada elemento finito para generar el mapa de fisuras en el posproceso.

Sin embargo, debido al carácter bidimensional, las fisuras que se generen en cada capa de un elemento finito determinado pueden tener cualquier orientación en el plano. Dado que los modelos EPDF dentro de la teoría FFD definen un sistema de referencia ligado a la fisura fija activa, este será variable en función de la que se considere activa en cada paso. Surgen tres posibles rutinas de cálculo en función de la disposición de las fisuras en cada punto de Gauss del elemento: a) 2 direcciones ortogonales, b) 2 direcciones cuasi-ortogonales, y c) 2 direcciones no ortogonales.

Si en el proceso de cálculo se produce una fisura en una capa determinada, se asigna a esta la coordenada X del sistema de referencia local que será ortogonal a la fisura; si no existen más fisuras, esta será la activa, computándose en ella las tensiones del elemento así como la actualización de los parámetros del modelo dependientes de la historia de deformaciones. Cuando aparecen 2 fisuras ortogonales en el elemento se asigna el eje Y a la segunda fisura. El cálculo de tensiones y la actualización de parámetros deben ser llevados a cabo respecto al eje de la fisura activa; en este caso, la que tenga una apertura superior será la activa y la otra será considerada como durmiente. Una vez obtenidas las tensiones medias del hormigón, se sumarán a las obtenidas para el acero calculadas en otra rutina diferente, obteniéndose la tensión media en el elemento hormigón armado. Si las 2 fisuras no son perfectamente ortogonales (figura 7) y, sin embargo, la desviación respecto al ángulo recto es de  $\pm 22,5^\circ$ , se puede aplicar con suficiente precisión lo indicado anteriormente para las fisuras ortogonales [9].

Finalmente, si la desviación respecto al ángulo recto del ángulo que forman 2 fisuras es superior a  $22,5^\circ$ , el cálculo de tensiones y

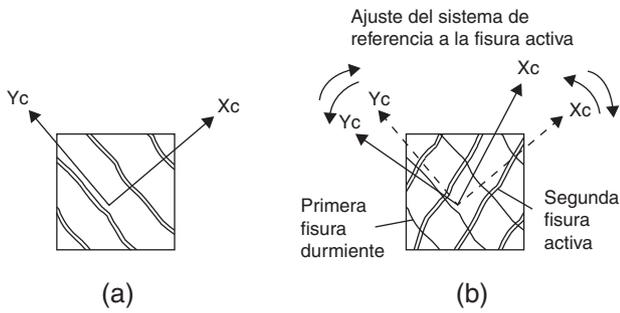


Figura 7. Fisuras cuasi-ortogonales: a) una fisura; b) 2 fisuras cuasi-ortogonales.

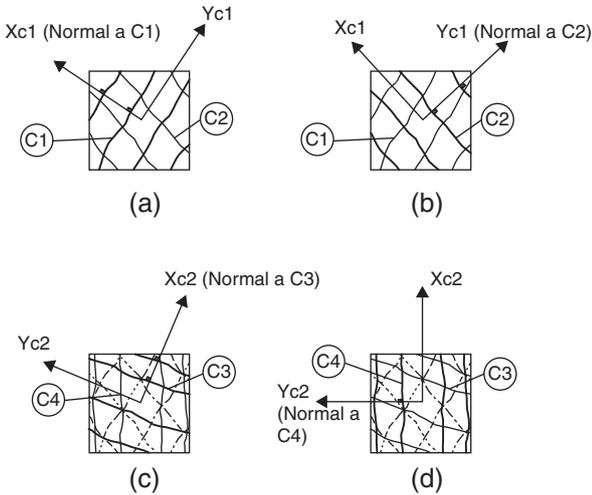


Figura 8. Disposición de 4 fisuras en un elementos tipo capa (ETC) según el sistema de referencia (SR): a) SR1, fisura activa C1; b) SR1, fisura activa C2; c) SR2, fisura activa C3; d) SR2, fisura activa C4).

la actualización de parámetros del modelo no representan correctamente las condiciones de tensión de la otra fisura, considerada como durmiente. Se aplica entonces la tercera rutina de cálculo para un máximo de 4 fisuras. En este caso, se establece un nuevo sistema de referencia, con una nueva coordenada  $X'$  ortogonal a la nueva fisura; en el caso completo se tendrán 2 parejas de fisuras formando sistemas cuasi-ortogonales, como se aprecia en la figura 8. De cada sistema, se seleccionará la fisura activa local, siguiendo el criterio de mayor apertura, y se calcularán las tensiones respecto a la misma. Para determinar la fisura activa global del elemento se seleccionará entre las fisuras activas locales la que tenga mayor deformación normal a la fisura; la de menor deformación será denominada fisura durmiente global. Si durante la secuencia de cálculo no hay cambios en la selección de las fisuras activas locales, la fisura activa global del elemento permanecerá siempre que la deformación normal no sea inferior a 1,4 veces de la considerada durmiente. Una vez que se define la fisura activa junto con su cálculo de tensiones, se actualizan los parámetros del modelo que dependen de la historia de deformación y se suman las tensiones medias obtenidas del hormigón fisurado a las del acero, resultando la tensión media en la capa de hormigón armado.

Por tanto, para establecer el cálculo de tensiones en un elemento finito de hormigón armado, se seguirá la siguiente secuencia en cada punto de Gauss: antes de fisurar el hormigón, sigue el modelo establecido para hormigón armado sin fisurar elástico-plástico de fractura continua; una vez que se produce la primera fisura, se inicia la rutina de cálculo en hormigón fisurado. En primer lugar, se fija el sistema de referencia con el eje X ortogonal a esa primera fisura y se calculan las tensiones medias según este sistema de coordenadas, de manera independiente para hormigón fisurado y acero.

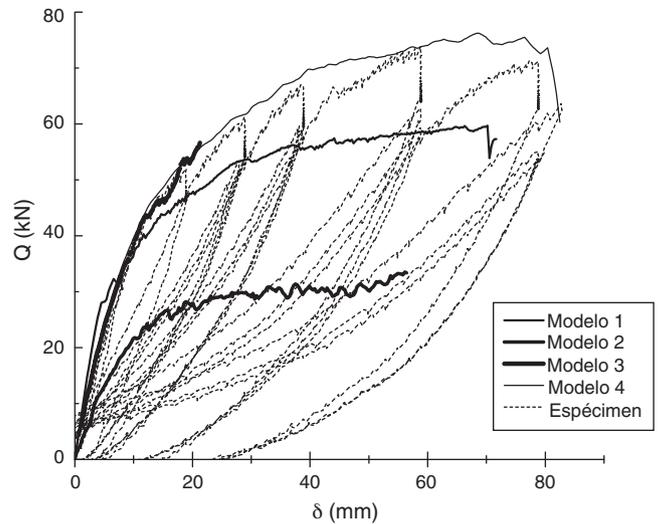


Figura 9. Curvas de capacidad de los diferentes modelos.

Finalmente, ambas se suman estableciendo la tensión media en el elemento hormigón armado. Si al calcular las tensiones en el hormigón, se produce una nueva fisura, pueden ocurrir 2 casos: a) fisura ortogonal o cuasi-ortogonal, y b) fisura no ortogonal. En función de la orientación de la fisura, se activan las rutinas de cálculo correspondientes citadas anteriormente.

## 5. Comparación entre la predicción de los modelos numéricos y los resultados experimentales

### 5.1. Comparación mediante análisis de empuje incremental

Los diferentes modelos realizados de la conexión interior se someten a un AEI con control de desplazamientos para obtener la curva de capacidad, obteniéndose las curvas que se representan en la figura 9. Se incluye asimismo la curva obtenida del ensayo realizado al espécimen bajo carga cíclica correspondiente a los desplazamientos positivos del pistón,  $\delta$ , en la que hay que resaltar la degradación en la resistencia lateral y rigidez a partir de  $\delta = 59$  mm, con un valor de desplazamiento relativo entre plantas, DR, de 3,2%. A partir de este punto se observaron fallos de adherencia en la armadura longitudinal inferior del ábaco junto al pilar, así como grandes fisuras de torsión en la viga transversal fuera del plano del ábaco, como se aprecia en la figura 10. La capacidad última resistente del espécimen se considera que se alcanza cuando la resistencia lateral



Figura 10. Fallo de adherencia y rotura a torsión en espécimen.

disminuye un 20% respecto a la máxima alcanzada, hecho que se produjo para un  $\delta = 79$  mm con  $DR = 4,4\%$ .

La curva de capacidad obtenida del AEI aplicado en cada modelo,  $Q-\delta$ , constituye teóricamente la envolvente de la curva que resulta del ensayo realizado al espécimen. Analizando las distintas curvas de capacidad respecto a la del espécimen ensayado, se obtiene: a) el modelo 1 presenta una rigidez inicial ligeramente superior, así como una resistencia lateral final menor en un 25%; asimismo, el desplazamiento último alcanzado se situó en  $\delta = 70$  mm y un  $DR = 3,88\%$ ; b) el modelo 2 presentó una desviación notable en cuanto a resistencia, rigidez inicial y desplazamiento último debido fundamentalmente a la falta de rigidización en la unión de los pilares inferior y superior con el ábaco; c) en el modelo 3 se produjeron fallos de convergencia antes de llegar al desplazamiento objetivo, debido probablemente a la baja discretización realizada en torno al pilar, y d) el modelo 4 fue el que mejor ajuste presentó sobre la curva experimental hasta el punto de máxima resistencia lateral del espécimen ( $Q = 73$  kN,  $DR = 3,2\%$ ), a partir del cual se producen los fenómenos de fallo de adherencia y fisuras a torsión comentadas anteriormente que no se tuvieron en cuenta de manera explícita en el modelo sino de forma indirecta limitando en valor último tanto la tensión como la deformación del acero. De esta forma, la rotura en el modelo se produce por fallo en la resistencia del acero para un desplazamiento último cercano al que tiene el espécimen para la capacidad última.

Así pues, se selecciona inicialmente el modelo 4 según el análisis efectuado bajo cargas monotónicas mediante AEI, para representar numéricamente al espécimen. Será el modelo utilizado en los siguientes apartados, para completar el estudio de la conexión interior.

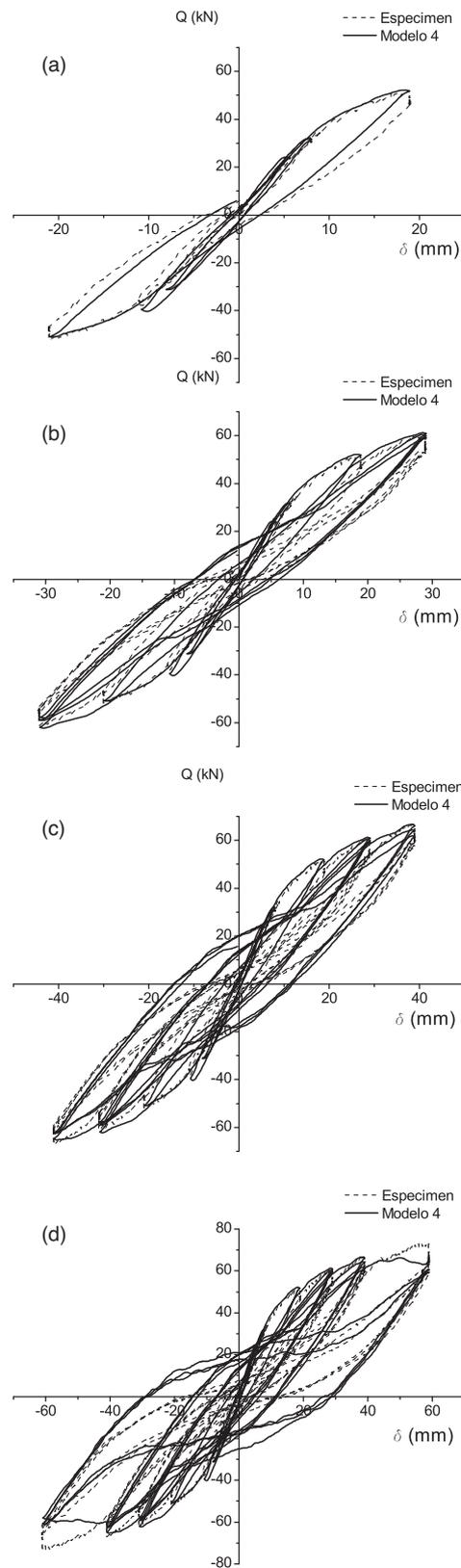
### 5.2. Correspondencia bajo carga cíclica

Se pretende en esta sección analizar el comportamiento histérico de la conexión pilar-forjado reticular frente a cargas cíclicas aplicadas sobre el modelo 4, seleccionado en el apartado anterior. La historia de carga es la reflejada en la figura 2. El modelo sigue la secuencia de cálculo paso a paso, teniendo en cuenta las leyes histéricas definidas para el hormigón y el acero en el espacio de las tensiones-deformaciones medias. Las curvas carga cíclica lateral-desplazamiento sobre la coronación del pilar,  $Q-\delta$ , según el grado de desplazamiento máximo alcanzado en cada etapa,  $\delta_{\max}$ , se muestran en la secuencia a-d de la figura 11.

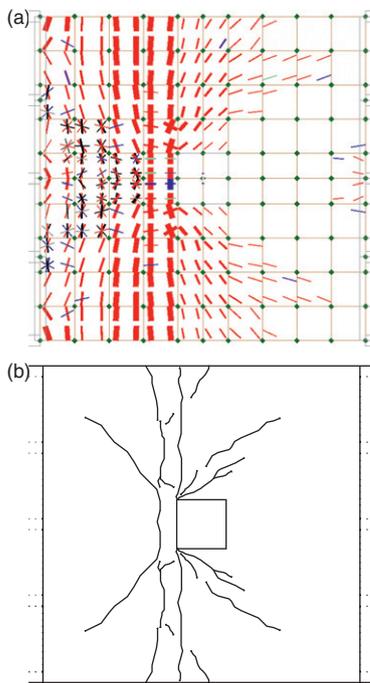
En los primeros ciclos existe buena correlación tanto en la resistencia lateral, rigidez y efecto de pinzamiento. Sin embargo, para desplazamientos cercanos a la capacidad máxima de la conexión,  $DR = 3,8\%$ , la correspondencia en el efecto de pinzamiento empeora. Esto se debe a que las leyes histéricas contempladas no tienen en cuenta la degradación tanto en la adherencia hormigón-acero como en la capacidad de transmitir tensiones tangenciales en las fisuras por desgaste del árido ante fisuras a torsión fuera del plano de la capa. Estos fenómenos se manifestaron a partir de ese valor de desplazamiento entre plantas, debido a la acumulación de ciclos de la historia de carga. No obstante, el modelo numérico capta muy bien los valores de resistencia lateral máxima en cada etapa y pone de manifiesto el severo efecto de pinzamiento que se produce en la conexión interior de un forjado reticular, verificado por el experimento.

### 5.3. Fisuración forjado

Del modelo 4 se obtiene el estado de fisuración en cada capa del forjado y paso analizado. En cada punto de Gauss de los ETC se analiza el estado tensional, representando en cada paso las fisuras que se presentan, de las que solo una será la activa a efectos de cálculo. En general se puede afirmar que existe una buena correlación



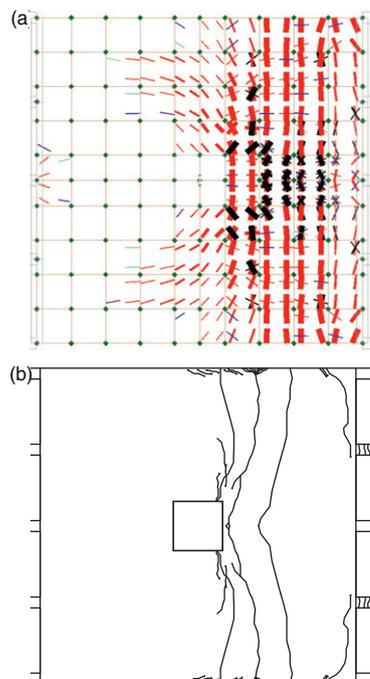
**Figura 11.** Carga lateral vs desplazamiento en coronación del pilar: a)  $\delta_{\max} = 21$  mm,  $DR = 1,16\%$ ; b)  $\delta_{\max} = 31$  mm,  $DR = 1,72\%$ ; c)  $\delta_{\max} = 41$  mm,  $DR = 2,27\%$ ; d)  $\delta_{\max} = 61$  mm,  $DR = 3,38\%$ .



**Figura 12.** Fisuras en capa superior del ábaco para  $\delta=60$  mm: a) modelo 4; b) espécimen.

entre la fisuración que predice el modelo numérico y la observada experimentalmente, y esa es una de las principales razones por las que tanto la curva envolvente como la obtenida bajo cargas cíclicas se aproxima tanto a la experimental.

En las figuras 12 y 13 se comparan el modelo y el espécimen fisurado en planta, tanto de la zona superior como inferior, para un desplazamiento lateral de la coronación del pilar superior,  $\delta$ , de 60 mm de izquierda a derecha. Se observan fisuras tanto a flexión a lo largo de todo el ancho del ábaco como por torsión en las



**Figura 13.** Fisuras en capa inferior del ábaco para  $\delta=60$  mm; a) modelo 4; b) espécimen.

proximidades del pilar (líneas diagonales), reflejándose una buena correspondencia entre el modelo y el espécimen. Las fisuras de torsión marcan la dirección de las tensiones principales de compresión, pudiéndose intuir el flujo del campo de compresiones de las bielas comprimidas de hormigón dirigiéndose al entorno del pilar. Asimismo, se observa tanto en la zona anterior como en la posterior al pilar un estado multifisurado que indica un cambio en las direcciones principales de tensión, con el incremento de desplazamiento del modelo.

## 6. Conclusiones

Se han presentado en este artículo diferentes modelos para simular numéricamente el comportamiento sísmico de una conexión interior de estructuras con forjado reticular, basados en la mecánica no lineal de hormigón armado. En las leyes histeréticas del hormigón armado se distinguen los estados antes y después de fisurar, aplicados tanto en elementos tipo fibra (ETF) como en elementos tipo capa (ETC). Uno de los modelos es seleccionado para validar numéricamente el comportamiento cíclico de la conexión, siguiendo el criterio de mayor aproximación de la curva de capacidad, obtenida mediante análisis de empuje incremental, como envolvente a la curva experimental obtenida del ensayo de un espécimen pilar-forjado reticular de hormigón armado sometido a carga cíclica pseudo-estática. Se elige el modelo 4 formado por ETF isoparamétricos de 3 nodos en pilares y nervios, ETC rectangulares de 4 nodos en el ábaco y elementos rígidos bidimensionales en la unión pilar-ábaco. Sobre este modelo se aplica la historia de carga cíclica que se utilizó en el ensayo del espécimen, comparándose la curva carga cíclica lateral-desplazamiento así como el estado de fisuración con los resultados experimentales obtenidos en el ensayo del espécimen.

Del estudio realizado, una vez seleccionado el modelo que valida numéricamente la conexión, se extraen las siguientes conclusiones:

1. La elección de modelos de fibras y de capas, para los elementos lineales y bidimensionales, respectivamente, del modelo seleccionado ha sido idónea para poder simular de forma correcta el comportamiento del hormigón fisurado.
2. Es fundamental realizar una discretización lo más tupida posible en torno al pilar, sobre todo para reproducir el estado de torsión de forma cercana a la realidad. El modelo seleccionado converge a la solución experimental a partir de una discretización mínima de 2 elementos tipo lámina en el contacto de la unión pilar-forjado con las vigas embebidas en el ábaco. De esta forma se mejora el modelo para captar de manera adecuada los esfuerzos de torsión que se producen en la cruceta transversal.
3. Los modelos constitutivos elegidos para simular el comportamiento de los materiales tanto para el AEI bajo carga monotónica como para las cargas cíclicas se han basado en la teoría avanzada de mecánica no-lineal del hormigón armado, dentro del espacio de las tensiones-deformaciones medias. Se han mostrado muy eficaces, según se desprende tanto del ajuste realizado a la curva experimental, así como del estado de fisuración obtenido en la zona macizada o ábaco en torno al pilar.
4. Se ha comprobado que es imprescindible realizar una modelización adecuada de la transición pilar-ábaco entre componentes de distinta dimensión, con elementos bidimensionales rígidos para simular correctamente la transmisión de esfuerzos en todo el perímetro de la sección del pilar al entorno del ábaco.
5. El modelo numérico predice de forma muy satisfactoria el comportamiento no lineal de la conexión hasta el punto de máxima carga, a partir del cual existen fallos de adherencia en la armadura inferior longitudinal así como degradación de la resistencia

en la tensión tangencial de las fisuras a torsión, no recogidas en el modelo numérico. Por esta razón se va produciendo un aumento en el desfase del efecto de pinzamiento con el incremento de ciclos en la historia de carga.

### Agradecimientos

Este trabajo de investigación se ha realizado en el marco del Proyecto P07TEP2610 «Desarrollo e interpretación de la tecnología de los disipadores de energía aplicada al control del daño en construcciones sometidas a terremotos y su evaluación mediante técnicas avanzadas de tratamiento de señales», subvencionado tanto por la Junta de Andalucía como por Fondos FEDER de la UE.

### Bibliografía

- [1] R. Meli, M. Rodríguez, Seismic behavior of waffle-flat-plate buildings, *Concr. Intern.* 10 (1988) 33–41.
- [2] A. Benavent-Climent, X. Cahís, A. Catalán, Seismic behavior of interior connections in existing waffle-flat-plate structures, *Eng. Struct.* 30 (9) (2008) 2510–2516.
- [3] Forum8co L. Engineer's Studio [10001] [computer program]. Tokyo, Japan; 2009.
- [4] Y. Sato, K. Naganuma, Discrete-like crack simulation by smeared crack-based FEM for reinforced concrete, *Earthq. Eng. Struct. D.* 36 (14) (2007) 2137–2152.
- [5] P. Martinelli, F.C. Filippou, Simulation of the shaking table test of a seven-story shear wall building, *Earthq. Eng. Struct. D.* 38 (5) (2009) 587–607.
- [6] M. Cervera, E. Hinton, Análisis dinámico en rotura de estructuras laminares y tridimensionales de hormigón armado, *Rev. Int. Met. Numer.* 3 (1) (1987) 61–76.
- [7] F. González, Un modelo tridimensional para el análisis de hormigón estructural bajo carga estática creciente hasta la rotura, *Rev. Int. Met. Numer.* 5 (2) (1989) 241–261.
- [8] M.A. Fernández, P.M. Sosa, La fisuración discreta: una alternativa a los modelos de análisis no-lineal de estructuras de hormigón, *Rev. Int. Met. Numer.* 5 (3) (1989) 379–394.
- [9] K. Maekawa, A. Pimanmas, H. Okamura, *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*, Spon Press, 2003.
- [10] K. Maekawa, H. Okamura, *The Deformational Behavior and Constitutive Equation of Concrete Using Elasto-Plastic and Fracture Model*, University of Tokyo, 1983, pp. 253–328.
- [11] K. Maekawa, B. Li, Elasticity and plasticity of concrete under principal stress rotation, en: C. Meyer, H. Okamura (Eds.), *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures*, ASCE Publication, 1986.
- [12] M.P. Collins, F.J. Vecchio, *The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses*, University of Toronto, 1982.
- [13] H. Shima, H. Okamura, *Micro and Macro Models for Bond Behavior in Reinforced Concrete*, University of Tokyo, 1987.
- [14] B. Bujadham, K. Maekawa, The Universal Model for Stress Transfer Across Cracks in Concrete, *Proceedings of JSCE* 17 (1992) 265–275.
- [15] H. Salem, K. Maekawa, Spatially averaged tensile mechanics for cracked concrete and reinforcement under highly inelastic range, *J. Mater. Concr. Struct. Pav.* 42 (613) (1999) 277–293.
- [16] N. Fukuura, K. Maekawa, Spatially averaged constitutive law for reinforced concrete in-plane elements with non-orthogonal cracking as far as 4-say directions, *J. Mater. Concr. Struct. Pav.* 45 (634) (1999) 177–195.